

## A BETON NYOMÓSZILÁRDSÁGÁNAK ELFOGADÁSI TÉNYEZŐJE AZ ÚJ BETONSZABVÁNYOK SZERINT

**Dr. Kausay Tibor**

Az MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004 új betonszabványok 14. táblázatában, a folyamatos gyártás nyomószilárdsági megfelelőségének 1. feltételében szereplő elfogadási tényezőnek (angolul: acceptance constant vagy coefficient, németül: Annahmekonstant vagy Annahmekennzahl, beleértve a 2. feltételben szereplő elfogadási összeadandót is) azt a szorzót nevezzük, amellyel a nyomószilárdság vizsgálati eredmények szórását megszorozva a nyomószilárdság átlag értékének és jellemző értékének különbségére jutunk. Ha a nyomószilárdság átlaga ( $f_{cm}$ ), szórása ( $s_n$ ) és elfogadási tényezője ( $\lambda$ ) adott, akkor a nyomószilárdság jellemző értéke ( $f_{ck}$ ) kiszámítható:

$$f_{ck} = f_{cm} - \lambda \cdot s_n$$

Az új betonszabványokban (MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004) a folyamatos gyártás nyomószilárdsági megfelelőségének 1. feltételében szereplő, az  $n = 15$  mintaelem számhoz tartozó  $\lambda_{n=15} = 1,48$  értékű elfogadási tényező lényegében a korábbi szabványban (MSZ 4720-2:1980) szereplő *Student*-féle tényező szerepét tölti be. Ez a *Student*-féle tényező értéke a mintaelem számtól függött, értéke a korábbi betonszabványban minden esetben legalább 1,645; de kis elemszámú minta esetén ennél lényegesen nagyobb volt. A szabványváltozás – ezen a ponton legalábbis – egyértelműen a gyártónak kedvező, hiszen minél kisebb az 1. feltételbeli szorzó, annál könnyebb a feltételt kielégíteni. Ahhoz, hogy megértsük az elfogadási tényező  $\lambda_{n=15} = 1,48$  értékét magyarázó (illetve a korábbi szabványban szereplő szorzókhoz vezető) indokokat, célszerű átgondolnunk a nyomószilárdsági osztályba sorolás alapelveit. Előre kell bocsátanunk, hogy mind a korábbi szabványban szereplő elfogadási tényezők, mint az 1,48-os érték statisztikailag korrekt, de — és ez a különbség igazi oka — teljességgel eltérő körülmények között. Az alábbiakban döntően *Taerwe* (1986) és *Zäschke* (1994) dolgozataira támaszkodunk.

A beton nyomószilárdsági osztályokba sorolásának alapja az a követelmény, hogy amennyiben a beépítésre kerülő teljes mennyiségét meg tudnánk vizsgálni nyomószilárdság szempontjából (és így teljesen meg tudnánk határozni a nyomószilárdság eloszlását), az így kapott eredmények 95%-nak el kell érnie az előre meghatározott, előírt  $f_{ck}$  szilárdsági küszöböt, amit előírt jellemző értéknek hívunk. Ugyanezt mondhatjuk úgy is, hogy a nyomószilárdság eloszlásának 5%-os kvantilise ( $f_{ck,test}$ ) nagyobb, vagy egyenlő, mint  $f_{ck}$  ( $f_{ck} \leq f_{ck,test}$ ).

A beton nyomószilárdságának jellemző értékéhez a teljes mintának az a hányada tartozik, amely nem éri el az  $f_{ck}$  nyomószilárdsági küszöböt. Az alulmaradási hányad szokásos jelölése  $p$ , amely értelem szerűen egy 0 és 1 közötti szám (gyakran százalékos formában kifejezve). Az  $f_{ck} \leq f_{ck,test}$  követelményt az alulmaradási hányad segítségével  $p \leq 5\%$  formában írhatjuk le.

Ha a  $p$  értékét ismernénk, akkor a dolog rendkívül egyszerű volna, hiszen  $p \leq 5\%$  esetén elfogadjuk a mintát, ellenkező esetben elutasítjuk. Természetesen a  $p$  értékét sohasem ismerjük (hiszen ehhez a teljes betonmennyiséget meg kellene vizsgálni), így különböző statisztikai eljárásokra van szükség. Valamennyi alkalmazott eljárás közös jellemzője, hogy feltételezi a beton nyomószilárdsága során kapott eredmények normális (*Gauss*-féle) eloszlását. A továbbiak során feltételezzük, hogy a vizsgálati eredmények egy általunk nem ismert  $\mu$  várható értékű és  $\sigma$  szórású normális eloszlást követnek: ez esetben az eloszlás 5%-os kvantilise az  $f_{ck,test} = \mu - 1,645 \cdot \sigma$  formulával számolható.

A korábbi MSZ 4720-2:1980 szabványban szereplő *Student*-féle tényezőket elemi matematikai statisztikai tények magyarázzák. Ha ismerjük a nyomószilárdság  $\sigma$  szórását,

akkor a vizsgálati eredmények  $f_{cm, test}$  átlaga a  $\mu$  várható érték torzítatlan becslését adja, és így  $f_{cm, test} - 1,645 \cdot \sigma$  az 5%-os kvantilis egy természetes becslése. A szabványban szereplő  $f_{ck} \leq f_{cm, test} - 1,645 \cdot \sigma$  feltétel pontosan azt az elvárászt fejezi ki, hogy az 5%-os kvantilis becslült értékének ( $f_{ck, test}$ ) az előírt szilárdsági küszöb ( $f_{ck}$ ) felett kell maradnia.

Ha nem ismerjük a szórást, akkor a helyzet némileg bonyolultabb, hiszen a szórást is becsülni kell. Ez esetben a

$$\frac{f_{cm} - \mu}{\sigma_n} \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

mennyiség ún.  $n - 1$  szabadságfokú *Student*-féle  $t$ -eloszlást követ, és az 5%-os kvantilis értéke a  $t$ -eloszlás táblázatból vett értékének segítségével becsülhető.

Összegezve: a korábbi, (MSZ 4720-2:1980) szabványban szereplő eljárások mind ismert, mind ismeretlen szórás esetén a rendelkezésre álló adatok alapján becslik az  $f_{ck, test}$  tapasztalati jellemző értéket, majd az így kapott becslést összehasonlítják az  $f_{ck}$  kritikus, előírt jellemző értékkel. Az alapul szolgáló valószínűségi eloszlások szimmetrikussága miatt az így kapott eljárás jellemzője, hogy ha a gyártó éppen „kritikusan jó” betont gyárt (azaz  $p = 5\%$ ), akkor a beton körülbelül 50% valószínűséggel kerül elfogadásra. Ha bevezetjük az adott  $p$  jellemző értékű beton elfogadási valószínűségét,  $A(p)$ -t (acceptance probability, Annahmewahrscheinlichkeit), — amely azt mondja meg, hogy a  $p$  alulmaradási hányadú betont milyen valószínűséggel fogjuk elfogadni, — akkor ez azt jelenti, hogy  $A(0,05) \approx 0,5$ .

Az MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004 szabvány a beépítésre kerülő beton nyomószilárdsági megfelelőségét olyan módon próbálja biztosítani, amely egy tágabb kontextusban értelmezendő minőségbiztosítási rendszer része.

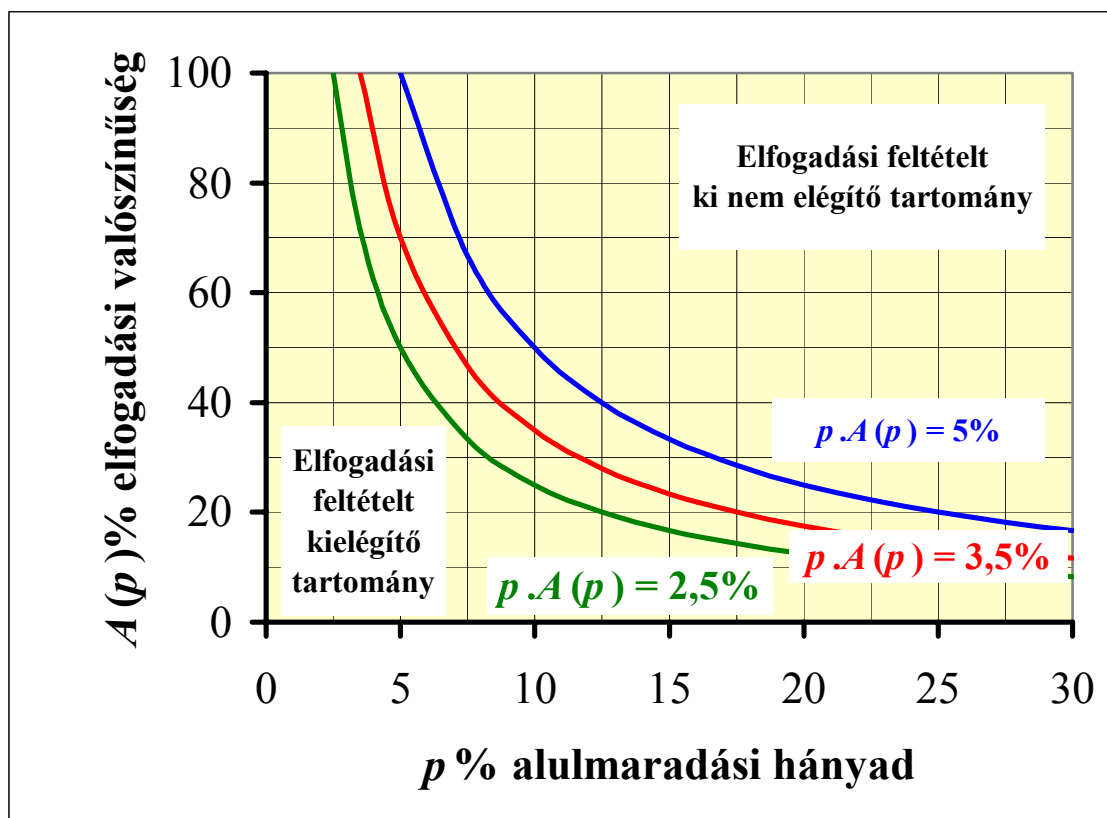
Bármely megfelelőségi feltételrendszer esetén értelmezhető az adott  $p$  jellemző értékű betonhoz tartozó elfogadási valószínűség,  $A(p)$ . Ha az  $A(p)$  mennyiséget  $p$  függvényében ábrázoljuk, akkor az adott megfelelőségi feltételrendszer operációs karakterisztikáját, az úgynevezett OC-görbét kapjuk. (Az OC-görbe általában szimulációs vizsgálattal határozható meg.)

Az új betonszabványok (MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004) megfelelőségi döntése alapjául a következő gondolatmenet szolgál (*Taerwe* 1986, *Zäschke* 1994): Olyan minőségbiztosítási rendszert szeretnénk, amely minden  $p$  jellemző érték esetén teljesíti a

$$p \cdot A(p) \leq 5\%$$

feltételt (*1. ábra*). Bocsássuk előre, hogy az új betonszabványokban szereplő feltételrendszer ezt valóban teljesíti is. Például:

|    |            |       |                 |
|----|------------|-------|-----------------|
| ha | $p = 0,05$ | akkor | $A(p) \leq 1,0$ |
| ha | $p = 0,07$ | akkor | $A(p) \leq 0,7$ |
| ha | $p = 0,10$ | akkor | $A(p) \leq 0,5$ |
| ha | $p = 0,25$ | akkor | $A(p) \leq 0,2$ |



1. ábra: Elfogadási görbe (OC-görbe)

De miért is van szükség éppen erre a  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  feltételre?

Bármiféle megfelelőségi feltétel felfogható egyfajta szűrőnek is: a megfelelőnek talált mintákat átengedi, a nem-megfelelőnek találtakat pedig visszatartja. Tételezzük fel, hogy olyan anyagot vizsgálunk – pl. betonacélt – amelynek megfelelősége még a beépítés előtt ellenőrizhető, és a beépítés előtt a minőséget folyamatosan ellenőrizzük is, a megfelelőnek találtakat beépítjük, a nem-megfelelőket pedig tökéletes minőségűekkel helyettesítjük. Ekkor a megfelelőségi feltétel által megszárt sokaság minősége nyilván jobb lesz, és a  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  feltétel biztosítja, hogy a megszárt sokaság  $p$  értéke már 5% alatt maradjon. Fontos kiemelni, hogy még ebben az esetben is, *folyamatos* (és nem szűrőpróbaszerű!) *ellenőrzést* kell feltételeznünk.

Beton esetében a nem-megfelelőnek ítélt szállítmányokat nyilván nem lehet tökéletes minőségűekkel helyettesíteni, hiszen mire a nem-megfelelőség kiderül, addigra már rég beépítésre került az anyag. A  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  feltétel akkor lesz értelmes, ha azt feltételezzük, hogy folyamatosan nyomon követjük, melyik beton szállítmány hová került beépítésre, és ahová olyan beton szállítmányt építettünk be, amely a vizsgálat során nem bizonyult megfelelőnek, azt a részt utólagosan megerősítjük, vagy más módon elérjük, hogy gyakorlati szempontból tökéletes legyen. (Azaz a nem-megfelelő szállítmányokat utólagosan „tökéletessé” transzformáljuk.)

Ha a beépítésre kerülő beton szállítmányokat *folyamatosan* vizsgáljuk, és a nem megfelelőket utólagosan „tökéletessé” transzformáljuk, akkor a  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  feltétel valóban biztosítja, hogy a kész szerkezetben az  $f_{ck}$  szilárdsági küszöb (előírt jellemző érték) alatti nyomószilárdságú beton mennyisége 5% alatt maradjon.

Az új betonszabványok (MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004) 14. táblázatában a folyamatos gyártás nyomószilárdsági megfelelőségének 1. feltételében szereplő, az  $n = 15$

mintaelem számhoz tartozó  $\lambda_{n=15} = 1,48$  értékű elfogadási tényező egy ilyen, *folyamatos vizsgálatot és utólagos megerősítést feltételező* minőségbiztosítási rendszer részeként került meghatározásra. A kapott rendszer a  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  feltételt valójában ki is fogja elégíteni, jelentős biztonsági ráhagyással (Zäschke, 1994). Például megengedi, hogy amennyiben a gyártó „kritikusan jó”, azaz  $p = 5\%$  alulmaradási hányadú betont készít, akkor az elfogadás  $A(0,05)$  valószínűsége 1,0 legyen (I. ábra felső görbéje, ahol  $A(0,05) = 1,0$ ). A  $\lambda_{n=15} = 1,48$  által szolgáltatott feltételrendszerrel,  $A(0,05) \approx 0,7$ , azaz ha a gyártó „kritikusan jó” betont készít, akkor azt a feltételrendszer 0,7 körüli valószínűséggel fogja megfelelőnek minősíteni (I. ábra középső görbéje, ahol  $A(0,05) \approx 0,7$ ). Ez lényegesen kisebb, mint a  $p \cdot A(p) \leq 5\%$  alapfeltétel által megkövetelt 1,0, de lényegesen több, mint az MSZ 4720-2:1980 által biztosított 0,5 (I. ábra alsó görbéje, ahol  $A(0,05) = 0,5$ ). A biztonsági ráhagyás oka többek között, hogy a  $\lambda_{n=15} = 1,48$  elfogadási tényező egy olyan modellben számolódik, amely az egyes vizsgálati eredmények között némi gyenge összefüggőséget is megenged. (Ha sokat mérünk, akkor az időben közeli mérések között lesz némi korreláció.) Ha feltételeznénk, hogy a mérési eredmények függetlenek, akkor  $\lambda_{n=15} = 1,48$  helyett 1,318 jönne ki. A  $\lambda$  elfogadási tényezők egy ajánlott OC-görbéhez tartozó értékek, amelyeket numerikus szimulációval határoztak meg, a véletlen számok révén (Taerwe, 1986).

Összehasonlítva tehát a MSZ 4720-2:1980 és az MSZ EN 206-1:2002 ill. MSZ 4798-1:2004 szabványokat, a korábbi szabvány a beépített beton nyomószilárdságát egy szűrőpróbaszerűen is alkalmazható megfelelőségi feltétellel, az új szabványok pedig egy folyamatos nyomon követést és utólagos javítást feltételező minőségbiztosítási rendszer részeként alkalmazható megfelelőségi feltétellel kívánja biztosítani. Az MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004 szabványnak az a komoly hiányossága, hogy a szabványokba csak megfelelőségi feltétel került be, a folyamatos nyomon követés és utólagos javítás kötelezettsége nélkül.

Az előzőek során az új szabványoknak (MSZ EN 206-1:2002 és MSZ 4798-1:2004) csak az 1. nyomószilárdsági feltételével foglalkoztunk: ezt azért tehattük meg, mert gyakorlati tapasztalatok és szimulációs vizsgálatok szerint is a 2. feltétel szinte semmit nem élesít a feltételrendszeren (Zäschke, 1994).

### **Köszönetnyilvánítás**

A szerző köszönetét fejezi ki **dr. Megyesi Zoltán okl. matematikusnak**, aki az új betonszabványok megfelelőségi feltételeinek matematikai értelmezésében volt szíves hathatós segítséget nyújtani.

### **Irodalom**

[1] Taerwe, Luc: A General Basis for the Selection of Compliance Criteria, *IABSE Proceedings* P-102/86, 1986.

[2] Zäschke, Wolfgang: Conformity Criteria for Compressive Strength of Concrete, *Concrete Precasting Plant and Technology*, 9/1994.

Kérem tekintse meg a  
— *A beton nyomószilárdság megfelelőségének feltételei  
az új betonszabványok szerint*  
és a  
— *Gauss- és Student-eloszlások ábrái*  
című oldalunkat is.

Vissza a

*Noteszlapok abc-ben*

*Noteszlapok tematikusan*



tartalomjegyzékhez